

Simulation de chocs dans les étoiles pulsantes

Laurent Di Menza

LMR (Reims) & LUTH (Meudon)

2ème forum de l'AFE, 17 novembre 2014

Plan de l'exposé

- 1 Motivation et enjeux
- 2 Présentation du modèle et discrétisation
- 3 Quelques résultats
- 4 Bilan et perspectives

Motivation

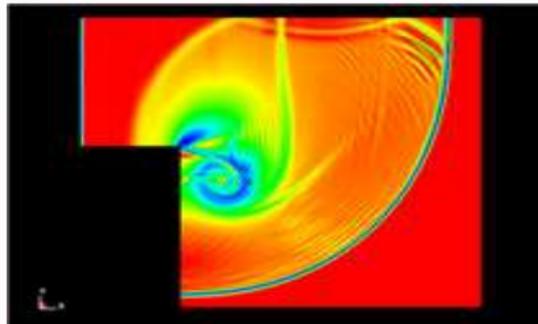
Effectuer des simulations de modèles astrophysiques réalistes incluant les effets hydrodynamiques et les effets de rayonnement, tolérant de **forts contrastes** de densité et de pression, avec des **grands nombres de Mach**.



Difficulté majeure

On cherche ici à simuler des chocs, qui apparaissent comme des solutions **discontinues** de problèmes d'évolution.

Ceci appelle donc l'utilisation de méthodes numériques bien adaptées tolérant ces discontinuités : ceci est **non trivial** (même pour définir mathématiquement ces solutions) !



Contraintes de ce type d'étude

- Nécessite l'utilisation de schémas numériques **robustes** dans le but de gérer les forts contrastes.
- Nécessite de **gros moyens de calculs** dans le but d'effectuer des simulations suffisamment fines et sur des temps astrophysiques raisonnables (jusqu'à plusieurs dizaines de milliers d'années!).
- Nécessite une programmation **intelligente** pour optimiser l'exécution du programme (en particulier ne pas calculer pour rien!).

Gagner du temps ? Un exemple simple...

Il est possible de définir des stratégies pour pouvoir mener à bien efficacement un calcul : l'exemple le plus simple est la méthode de calcul de la valeur d'un **polynôme** en un point.

Soit $P(x) = ax^2 + bx + c$. On veut calculer $P(2)$.

- **La méthode de base** : $P(2) = a \times 2 \times 2 + b \times 2 + c$ (3 multiplications et 2 additions).
- **Une autre méthode** : $P(2) = 2 \times (2 \times a + b) + c$ (2 multiplications et 2 additions, donc 1 multiplication *en moins*!).

C'est la célèbre méthode de **Horner** pour le calcul des valeurs prises par un polynôme.

Gagner du temps ? Un exemple simple...

Supposons que l'on utilise un programme effectuant **1000 milliards** de fois le calcul de ce polynôme en des points différents.

Si le temps mis pour effectuer une multiplication est de l'ordre de $10^{-6}s$, alors le temps gagné au final est de $10^6 s$, soit à peu près **11 jours** de calcul!!!

Dans la pratique, il faut optimiser les calculs pour pouvoir obtenir des résultats au bout d'un temps **raisonnable**.

Le modèle considéré :

On se place ici dans le cas le plus simple du modèle en dimension 1 d'espace, dans lequel les quantités physiques dépendent de la position x et du temps t .

On s'intéresse à l'évolution de la densité ρ , de la vitesse v , de l'énergie totale E , régies par des *lois de conservation*. Celles-ci résultent de la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie totale.

Loi d'état

La pression s'exprime en fonction des grandeurs physiques par

$$p = (\gamma - 1) \left(E - \frac{1}{2} \frac{m^2}{\rho} \right), \quad m := \rho v$$

avec γ indice adiabatique du milieu (par exemple $\gamma = \frac{5}{3}$).

Le modèle considéré :

Système d'Euler, dimension 1 d'espace

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v) = 0 \\ \frac{\partial m}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{m^2}{\rho} + p \right) = 0 \\ \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{m}{\rho} (E + p) \right) = \Lambda(\rho, p), \end{array} \right.$$

où Λ (fonction de refroidissement) modélise le rayonnement :

$$\Lambda(\rho, p) = \Lambda_0 \rho^\epsilon p^\zeta, \quad \epsilon, \zeta \text{ constantes.}$$

Le problème se note de façon abstraite $\partial_t \mathcal{U} + \partial_x \mathcal{F}(\mathcal{U}) = \mathcal{S}(\mathcal{U})$.

Stratégie de discrétisation

Stratégie de type **volumes finis** : pour l'équation homogène qui s'écrit $\partial_t \mathcal{U} + \partial_x \mathcal{F}(\mathcal{U}) = 0$, on commence par intégrer sur un volume $[t_1, t_2] \times [x_1, x_2]$:

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_{x_1}^{x_2} (\partial_t \mathcal{U} + \partial_x \mathcal{F}(\mathcal{U})) dx dt = 0.$$

On obtient la

Forme intégrale de la loi de conservation

$$\int_{x_1}^{x_2} \mathcal{U}(t_2, x) dx - \int_{x_1}^{x_2} \mathcal{U}(t_1, x) dx + \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{F}(\mathcal{U})(t, x_2) dt - \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{F}(\mathcal{U})(t, x_1) dt = 0.$$

Stratégie de discrétisation

On peut alors supposer que l'inconnue \mathcal{U} est **constante** sur le volume spatial $[x_1, x_2]$.

Il reste à calculer les intégrales en temps. Il est possible de réaliser l'approximation

$$\int_{t_1}^{t_2} \mathcal{F}(\mathcal{U})(t, x_1) dt \approx (t_2 - t_1) \mathcal{F}(\bar{\mathcal{U}})$$

où $\bar{\mathcal{U}}$ doit être calculé. On le prend comme solution d'un **problème de Riemann**, c'est-à-dire avec comme donnée des états constants séparés par la discontinuité $x = x_1$. Toute la difficulté consiste à choisir un bon *solveur de Riemann*.

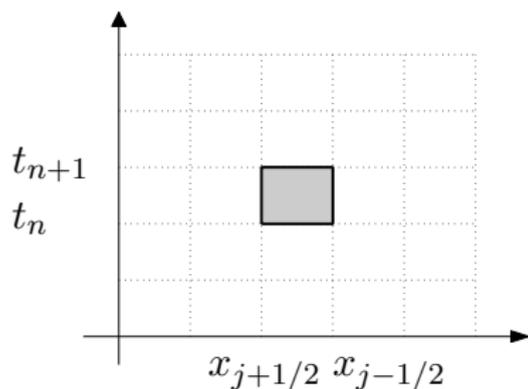
Stratégie de discrétisation

On suit cette stratégie pour calculer la valeur approchée des solutions U_j^n définie comme valeur moyenne de U au temps $t_n = n \delta t$ sur le domaine spatial $I_j =]x_{j-1/2}, x_{j+1/2}[$ avec $x_{j\pm 1/2} = (j \pm 1/2)h$:

Le schéma s'écrit alors

$$\frac{U_j^{n+1} - U_j^n}{\delta t} + \frac{1}{h} (\mathcal{F}_{j+1/2}^n - \mathcal{F}_{j-1/2}^n) = 0.$$

Calcul du flux aux interfaces $\mathcal{F}_{j\pm 1/2}^n$: schéma de type **MUSCL Hancock** couplés à des solveurs de type HLL pour résoudre le problème de Riemann aux interfaces.



Stratégie de discrétisation

Entre deux instants discrets consécutifs t_n et t_{n+1} , on procède en deux temps en découplant la partie hydrodynamique et la partie radiative :

Etape 1 : on résout sur un pas de temps le problème **purement hydrodynamique** $\partial_t \mathcal{U} + \partial_x \mathcal{F}(\mathcal{U}) = 0$ (de la forme $\partial_t \mathcal{U} + \mathcal{L}_1 \mathcal{U} = 0$).

$$\text{On pose } \mathcal{U}^* = \mathcal{R}_{1,\delta t} \mathcal{U}^n, \quad \mathcal{R}_{1,\delta t} \simeq \exp(-\delta t \mathcal{L}_1).$$

Etape 2 : on résout sur un pas de temps le problème ne comportant que la **contribution radiative** $\partial_t \mathcal{U} = \mathcal{S}(\mathcal{U})$ (de la forme $\partial_t \mathcal{U} = \mathcal{L}_2 \mathcal{U}$).

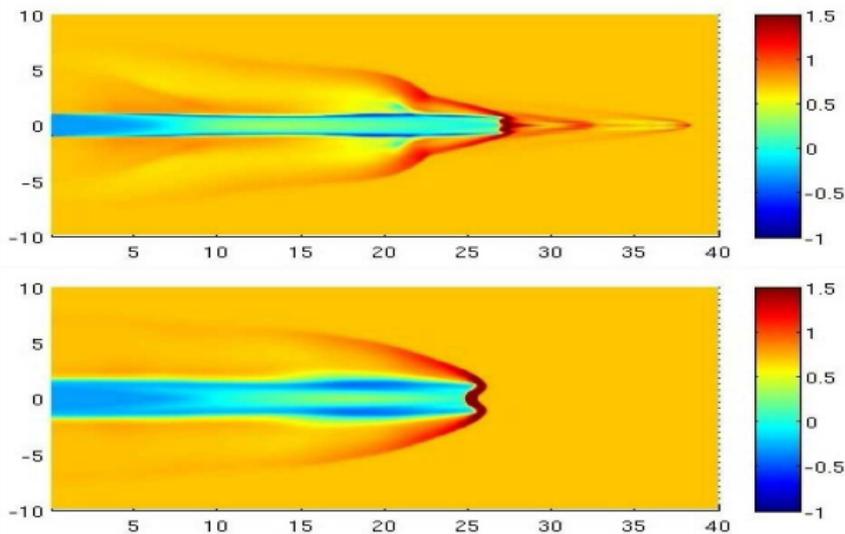
$$\text{On pose } \mathcal{U}^{n+1} = \mathcal{R}_{2,\delta t} \mathcal{U}^*, \quad \mathcal{R}_{2,\delta t} \simeq \exp(\delta t \mathcal{L}_2).$$

$$\implies \mathcal{U}^n = (\mathcal{R}_{2,\delta t} \mathcal{R}_{1,\delta t})^n \mathcal{U}^0, \quad n \geq 0.$$

Optimisation

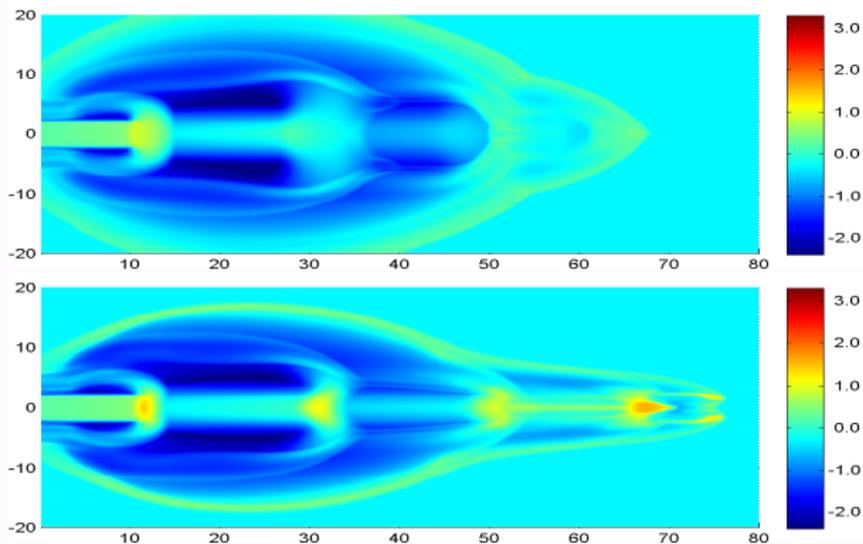
- Lorsqu'on prend en compte le rayonnement, il est possible de trouver des incréments de temps **caractéristiques** δt_{hyd} et δt_{rad} des phénomènes liés à l'hydrodynamique et au rayonnement. Lorsque $\delta t_{hyd}/\delta t_{rad} \sim N$, la procédure de calcul de la partie hydrodynamique est appelée tous les N cycles de calcul.
- Lorsqu'on traite une zone spatiale dans laquelle la solution reste localement constante, aucun calcul de flux n'est réalisé. Cela permet de gagner **beaucoup de temps**, surtout lorsque la donnée initiale comporte deux zones distinctes dans lesquelles les grandeurs physiques sont constantes.

Résultats numériques : effet du schéma



Densité du jet à $T = 3500$ ans, $\rho_j = 0.1\rho_a$, $T_j = 10T_a$, refroidissement de type P_2 , solveur HLLC et solveur HLLE.

Résultats numériques : effet du refroidissement



Densité du jet à $T = 1000$ ans, $\rho_j = 10\rho_a$, $T_j = 0.1T_a$, $M = 17$: jet hydrodynamique et jet avec refroidissement de type bremsstrahlung.

Bilan

On dispose du code fortran **HADES** qui permet de simuler des chocs radiatifs à fort contraste en astrophysique en dimension 2 d'espace dans des géométries cartésienne ou bien axisymétrique...

La parallélisation et l'optimisation de ce code permettent à l'heure actuelle de lancer des calculs sur le Calculateur MesoPSL (92 nœuds, 1472 cœurs de calcul) pour des temps CPU **raisonnables**.

Des résultats à grands **contrastes** et à grands **nombre de Mach** (> 500) ont été obtenus.

Perspectives

- A terme, il est question de doter le code HADES d'une procédure de **raffinement adaptatif** permettant de concentrer les efforts de calcul sur des domaines d'intérêt **localisés** dans l'espace.
- Un effort substantiel sera réalisé pour une prise en compte plus **précise** des effets du rayonnement, nécessitant de considérer les différentes **fréquences des photons**, sur la base de la méthode multigroupe (cf. Turpault, Nguyen et al.).
- A long terme, il s'agirait de développer un outil de calcul véritablement **3D** permettant de se placer dans des géométries plus **réalistes**.